

Chap 6 :

L'axiome du choix. Prolongements ultérieurs.

On note ZF (Zermelo-Fraenkel) la théorie constituée des axiome 0 à 8 précédemment étudiés, et ZF^- la même théorie «amputée» de l'axiome de fondation, qui ne sert à rien (sauf mention explicite du contraire).

On note (AC) l'énoncé suivant, que nous prendrons comme 9^{ème} et dernier axiome de notre théorie.

Axiome 9 (Axiome du choix $\longleftrightarrow (AC)$) : pour tout ensemble X , il existe une «fonction de choix» sur X , i.e. une application $f : \mathcal{P}(X) - \{\emptyset\} \rightarrow X$ telle que $\forall Y \in \mathcal{P}(X) - \{\emptyset\}, f(Y) \in Y$
[f «choisit» un élément dans chaque sous-ensemble non vide de X].

Enfin, on note ZFC (Zermelo-Fraenkel with Choice) la théorie constituée des axiomes 0 à 9, et ZFC^- la même théorie privée de l'axiome 2.

Nous aurons l'occasion, au Chap 11, d'examiner certaines formes équivalentes de l'axiome du choix (principe de maximalité de Hausdorff, lemme de Zorn, théorème de Zermelo) et leur impact sur le reste de la théorie des ensembles.