# Annexe I :

## L'axiomatique de Zermelo-Fraenkel with Choice (ZFC)

**Axiome 0** (**Axiome d'existence**) : $\exists x \ (x = x)$
[ Il existe au moins un ensemble ].

**Axiome 1** ***(Axiome d'extensionalité) :***
$\forall x \forall y \ (\forall z (z \in x \iff z \in y) \Rightarrow x = y)$

[ 2 ensembles qui ont les mêmes éléments sont égaux ].

**Axiome 2** ***(Axiome de fondation) :***
$\forall x \, [\exists y (y \in x) \Rightarrow \exists y (y \in x) \wedge \neg \exists z (z \in x \wedge z \in y)]$

**Axiome 3** ***(Schéma de compréhension) :***
*pour toute formule $\phi$ ne comportant pas $y$ comme variable libre :*
$\forall x \exists y \forall z \ (x \in y \iff x \in z \wedge \phi)$

**Axiome 4** ***(Axiome de la paire) :***
$\forall x \forall y \exists z \ (x \in z \wedge y \in z)$

**Axiome 5** ***(Axiome de la réunion) :***
$\forall \mathcal{F} \exists A \forall Y \forall x \ (x \in Y \wedge Y \in \mathcal{F} \Rightarrow x \in A)$

**Axiome 6** ***(Schéma de remplacement) :***
*pour toute formule $\phi$ ne comportant pas $Y$ comme variable libre :*
$\forall A \forall x \in A \exists ! y \phi(x, y) \Rightarrow \exists Y \forall x \in A \exists y \in Y \phi(x, y)$

**Axiome 7** ***(Axiome de l'infini) :***
$\exists x \ (0 \in x \wedge \forall y \in x \ (S(y) \in x))$

**Axiome 8** ***(Axiome de l'ensemble des parties $\longleftrightarrow$ Power Set) :***
$\forall x \exists y \forall z \ (z \subset x \Rightarrow z \in y)$

**Axiome 9** ***(Axiome du choix) :***
$\forall x \exists f : \mathcal{P}(x) - \{\emptyset\} \to x \ (\forall y \in \mathcal{P}(x) - \{\emptyset\}, f(y) \in y)$